# משפט

אם f מוגדרת ב ומתקיימים:

1. לכל , הינה פונקציה רציפה ב
2. קיימת ורציפה לכל

אזי הינה פונקציה גזירה של

## הוכחה

לפי משפט לגרנג' קיים כך ש

טענה:   
ידוע לנו ש רציפה בS ולכן רציפה במ"ש שם. יהי . קח כך שאם ו אזי עבור , לכן אם :  
*לכן*

*נניח f מוגדרת על המלבן S ומקיימת את התנאי הבא:*

*לכל , הינה פונקציה אינטגרבילית של y בקטע ולכל הינה פונקציה אינטגרבילית של x בקטע .*

*לכל קיים . לכל קיים .*

*נניח שקיימים*האם הם חייבים להתלכד?

# דוגמה

נגדיר

עבור :  
|

עבור :

# משפט

אם f מוגדרת ב ורציפה שם, אזי

## הערה

לפי משפט פוביני, זה נשאר נכון אם בS וגם אם .

## הוכחה

יהי . רציפה במ"ש על ולכן מקבלת שם מקסימום ומינימום   
תהיינה , חלוקות של , בהתאמה:  
נסמן

עכשיו נשאר להוכיח שההפרש קטן מאוד מאוד.

f רציפה במ"ש בS ולכן רציפה במ"ש שם. לכן לכל קיים כך שאם ו אזי

נבחר בחלוקות ו כך שהמרחק המקסימלי בין שתי נקודות ב (לכל ולכל ) קטן מ. אזי בנקודות ו בהן f מקבלת מקסימום ומינימום(בהתאמה) ב המרחק הוא קטן מ. לכן . לכן  
לכל . לכן , ז"א

# משפט

תהי f פונקציה רציפה המוגדרת במלבן , בעלת נגזרת חלקית רציפה בS. תהיינה , שתי פונקציות גזירות המוגדרות על המקיימות  
. אזי אף היא גזירה כפונקציה של u:

## הוכחה

נגדיר . פונקציה זו גזירה עם נגזרות חלקיות רציפות על פי ההנחות(s,t לפי המשפט היסודי וu לפי משפט לייבניץ).